

INSTITUT

ORLÉANS - TOURNAI  
Mathématiques &  
Physique Théorique

DENIS POISSON

LE SENS PHYSIQUE DU SIGNE DES TERMES DANS LES EQUATIONS STOCHASTIQUES

Par

KAYA-NGOMA Maurice Juvel Yannick



Année-académique 2021-2022



# PLAN

## ❖ INTRODUCTION

- I. Revue Bibliographique
- II. Résolution de l'équation Landau-Lifshitz-Gilbert avec la contribution du terme de Nutation
- III. Simulations Numériques de l'équation de LLG avec la contribution du terme de Nutation

## ❖ CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

# Introduction

- Augmentation des capacités de Stockage des supports d'enregistrement
- Augmentation de l'efficacité des radars
- Augmentation du rendement des transformateurs et miniaturisation des téléphones mobiles



Ainsi l'étude de la dynamique de l'aimantation des matériaux magnétiques qui joue un rôle crucial dans les applications technologiques s'avère nécessaire

# Revue Bibliographique

Etudier la dynamique de l'aimantation des nano-particules ou matériaux magnétiques sur la sphère unité, c'est résoudre l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert avec la contribution du terme de Nutation.

Equation de Landau Lifshitz Gilbert avec la contribution du terme de nutation

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \underbrace{\vec{M} \times \vec{\omega}} + \underbrace{\lambda \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt}} + \underbrace{\tau \vec{M} \times \frac{d^2\vec{M}}{dt^2}}$$

Précession de Larmor

Terme de Gilbert

Terme de Nutation

# Résolution de l'équation de LLG

- Solutions de LLG

$$\begin{cases} \mathbf{M}_x(\tilde{t}) = e^{\lambda\omega_z\tilde{t}} \frac{K-1}{Ke^{2\lambda\omega_z\tilde{t}}-1} [\mathbf{M}_x(0) \cos \omega_z\tilde{t} + \mathbf{M}_y(0) \sin \omega_z\tilde{t}] \\ \mathbf{M}_y(\tilde{t}) = e^{\lambda\omega_z\tilde{t}} \frac{K-1}{Ke^{2\lambda\omega_z\tilde{t}}-1} [-\mathbf{M}_x(0) \sin \omega_z\tilde{t} + \mathbf{M}_y(0) \cos \omega_z\tilde{t}] \\ \mathbf{M}_z(\tilde{t}) = \frac{1 + Ke^{2\lambda\omega_z\tilde{t}}}{1 - Ke^{2\lambda\omega_z\tilde{t}}} \end{cases}$$

- Etude du Signe de  $\lambda$

❖  $\lambda=0$  : précession de Larmor

$$\begin{cases} \mathbf{M}_x(\tilde{t}) = \mathbf{M}_x(0) \cos \omega_z\tilde{t} + \mathbf{M}_y(0) \sin \omega_z\tilde{t} \\ \mathbf{M}_y(\tilde{t}) = -\mathbf{M}_x(0) \sin \omega_z\tilde{t} + \mathbf{M}_y(0) \cos \omega_z\tilde{t} \\ \mathbf{M}_z(\tilde{t}) = \frac{1 + K}{1 - K} \end{cases}$$

Avec  $\mathbf{M}_z(\tilde{t}) = \mathbf{M}_z(0)$ , alors  $\mathbf{M}_z(\tilde{t})$  est constant dans le temps: tous les points de l'aimantation se trouvent à la même hauteur que  $\mathbf{M}_z(\tilde{t})$

# Résolution de l'équation de LLG

L'espace des états d'aimantation est ainsi décrit par les valeurs possibles de  $\mathbf{M}_z(\tilde{t})$  qui définissent un cercle de centre  $(0, 0, M_z(0))$  dont le rayon est:  $[\mathbf{M}_x^2(0) + \mathbf{M}_y^2(0)]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1 - M_z^2(0)}$

## ❖ $\lambda > 0$ : Précession de Larmor et Terme de Gilbert

- $\tilde{t} \rightarrow -\infty$  on a :  $\mathbf{M}_z(\tilde{t} \rightarrow -\infty) = 1$  ;  $\mathbf{M}_x(\tilde{t} \rightarrow -\infty) = 0$  ;  $\mathbf{M}_y(\tilde{t} \rightarrow -\infty) = 0 \Leftrightarrow$  L'aimantation se trouve au pôle Nord
- $\tilde{t} \rightarrow +\infty$  on a :  $\mathbf{M}_z(\tilde{t} \rightarrow +\infty) = -1$  ;  $\mathbf{M}_x(\tilde{t} \rightarrow +\infty) = 0$  ;  $\mathbf{M}_y(\tilde{t} \rightarrow +\infty) = 0 \Leftrightarrow$  L'aimantation se trouve au pôle sud

## ❖ $\lambda < 0$ : Précession de Larmor et Terme de Gilbert

- $\tilde{t} \rightarrow -\infty$  on a :  $\mathbf{M}_z(\tilde{t} \rightarrow -\infty) = -1$  ;  $\mathbf{M}_x(\tilde{t} \rightarrow -\infty) = 0$  ;  $\mathbf{M}_y(\tilde{t} \rightarrow -\infty) = 0 \Leftrightarrow$  L'aimantation se trouve au pôle sud
- $\tilde{t} \rightarrow +\infty$  on a :  $\mathbf{M}_z(\tilde{t} \rightarrow +\infty) = 1$  ;  $\mathbf{M}_x(\tilde{t} \rightarrow +\infty) = 0$  ;  $\mathbf{M}_y(\tilde{t} \rightarrow +\infty) = 0 \Leftrightarrow$  L'aimantation se trouve au pôle nord

# Résolution de l'équation de LL avec le terme de Nutation

Quelque soit le signe de  $\lambda$ , l'aimantation décrit le même mouvement. Elle est soit au pôle nord ou au pôle sud, la courbe de l'aimantation sur la sphère n'est pas fermée. Les états d'équilibre du système magnétique sont les deux pôles (points d'équilibres).

- Solutions de Précession de Larmor et le Terme de Nutation

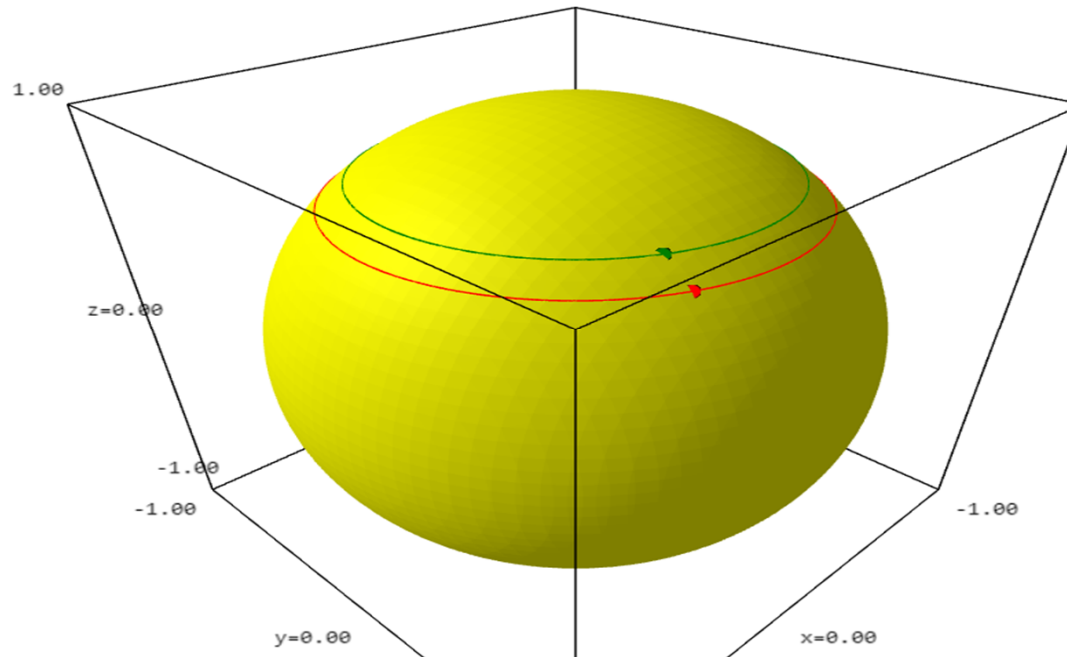
$$\mathbf{M}_z^{1,2} = \frac{1}{\dot{\phi}^2 \tau} (\omega_z \pm \sqrt{[\omega_z^2 - \dot{\phi}^2 (2\tau E - \tau^2 (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2))]}), \quad \frac{\omega_z^2}{2\tau\dot{\phi}^2} + \frac{\tau}{2} (\tau^2 + \dot{\phi}^2) > E \quad \left| \mathbf{M}_z^{1,2} \right| \leq 1$$

- Etude du Signe de  $\tau$

❖  $\tau > 0$  ou  $\tau < 0$ ,  $\mathbf{M}_z^{1,2}$  existe

# Simulations Numériques

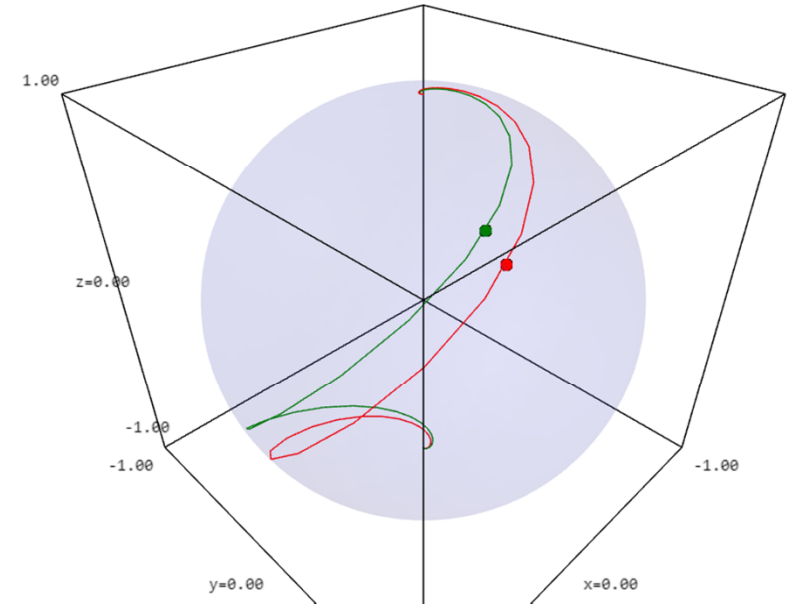
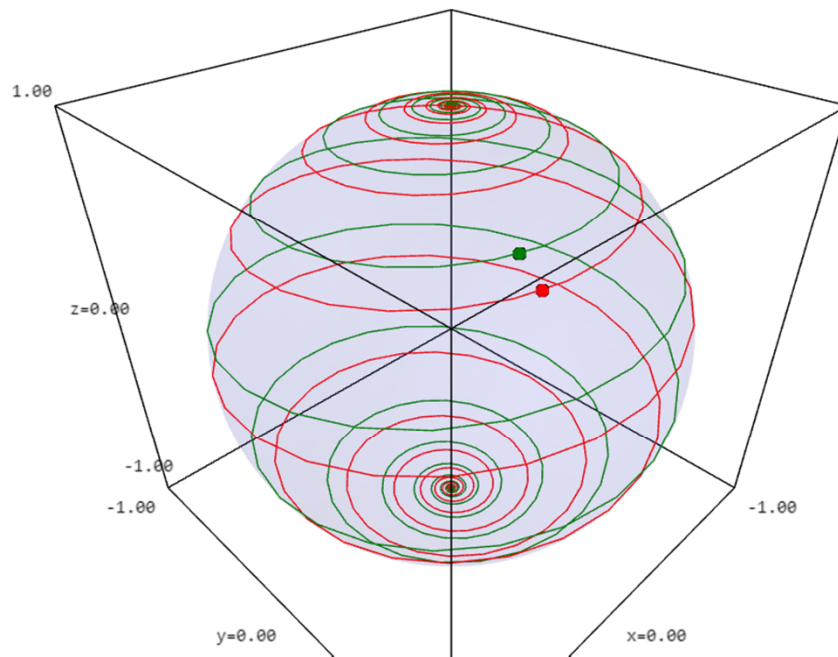
❖  $\lambda=0$  : précession de Larmor



❖  $\lambda > 0$  : Précession de Larmor et Terme de Gilbert

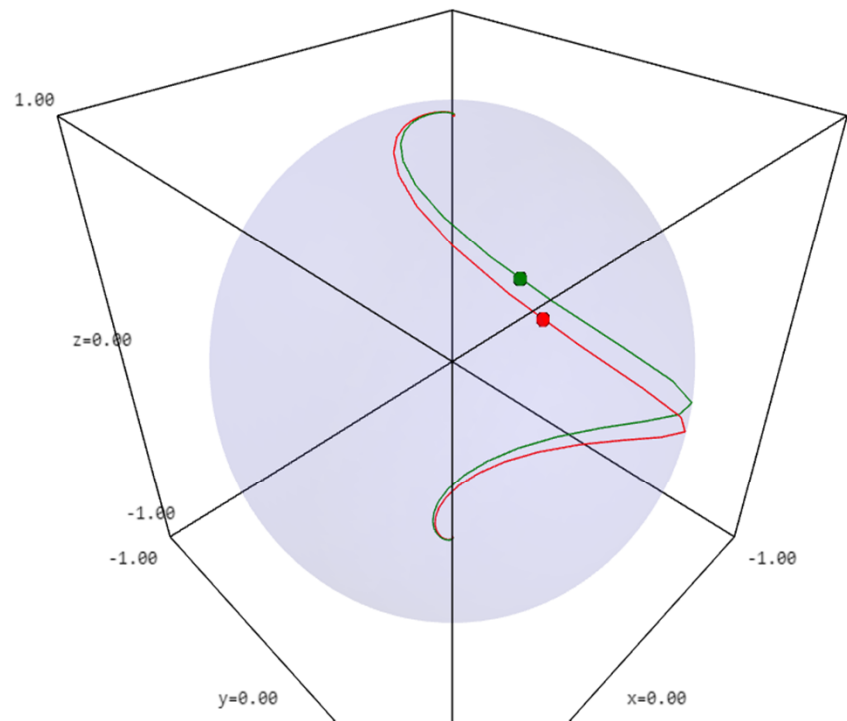
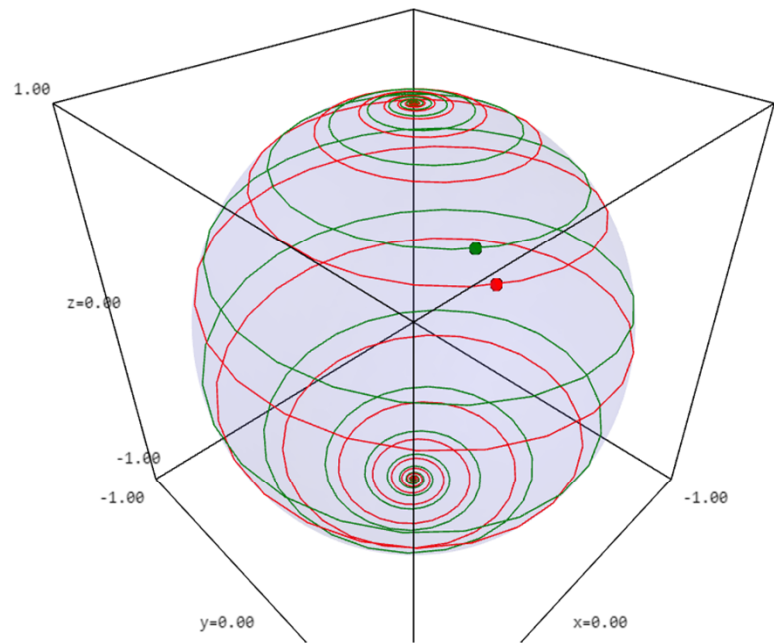


# Simulations Numériques



❖  $\lambda < 0$  : Précession de Larmor et Terme de Gilbert

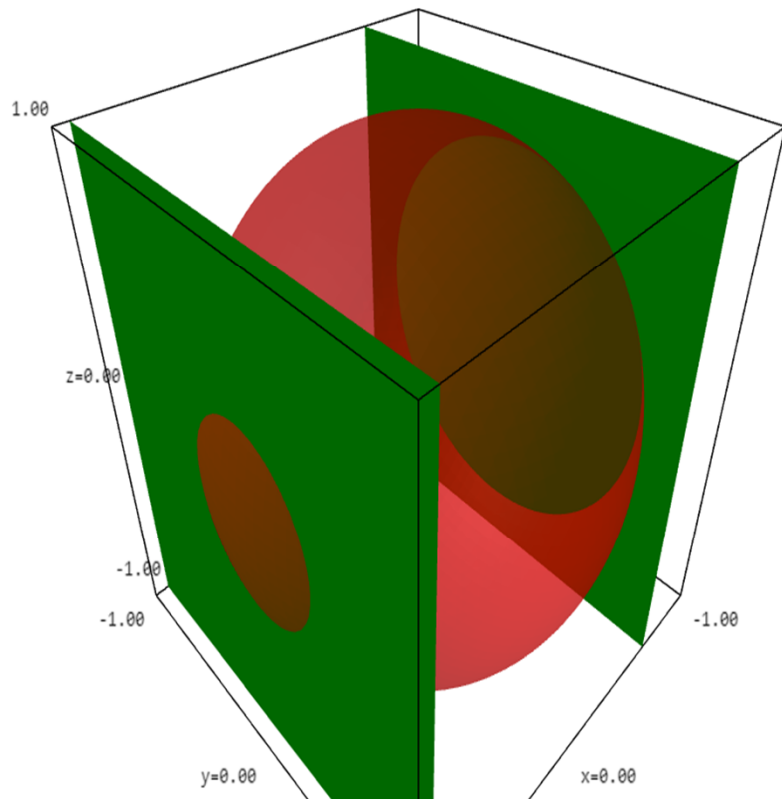
# Simulations Numériques



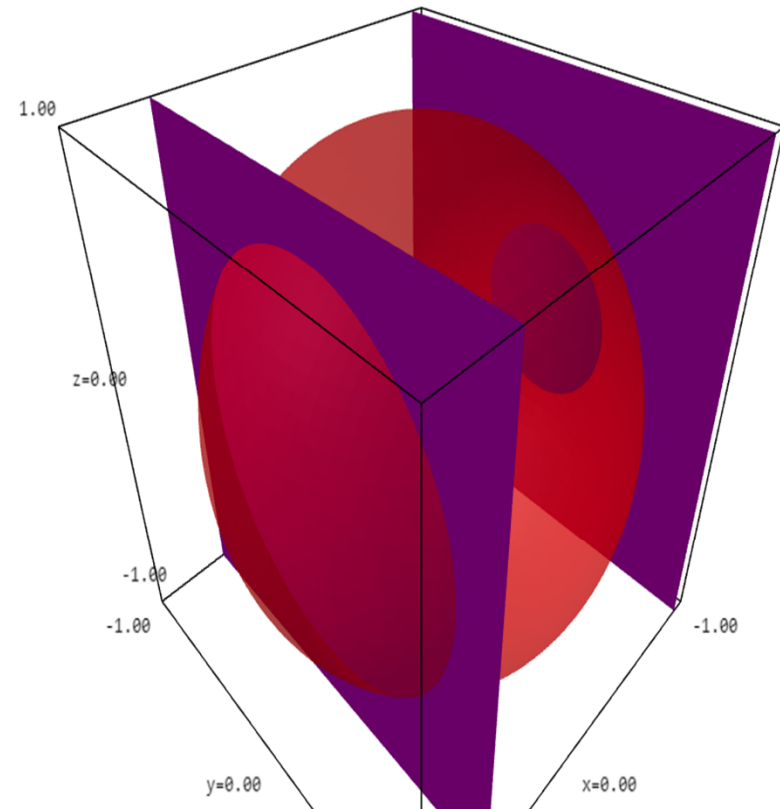
# Simulations Numériques

❖  $\tau > 0$  et  $\tau < 0$  : Précession de Larmor et Nutation

$\tau > 0$



$\tau < 0$



# Conclusions et Perspectives

Dans notre étude de la dynamique de l'aimantation, pour chaque cas de signe de termes étudiés, nous avons pu trouver un système magnétique qui a un sens physique (existence des espaces d'états d'aimantation). Le choix de signe dans les équations de Landau-Lifshitz-Gilbert avec la contribution du terme de nutation n'influence pas la nature du système magnétique.

Actuellement nous travaillons pour établir les conditions lorsque tous les trois termes sont présents (Précession de Larmor-amortissement de Gilbert et Nutation) suivi d'une simulation numérique sur le logiciel Sagemath et aussi, nous allons résoudre les équations différentielles par méthodes numériques qui peuvent aller au-delà de Sagemath.

Merci pour votre attention